



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2016

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI BONGSU

Julai 2016

Masa : 2 Jam 30 Minit

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____

No. Kad Pengenalan : _____

Tingkatan : _____

Nama Sekolah : _____

Alamat Sekolah : _____

Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

-----potong di sini-----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2016

Nama : No. Kad Pengenalan :

Nama Sekolah : Tandatangan :

Alamat Sekolah:

ARAHAN: Tuliskan jawapan anda dalam kotak yang disediakan.
BAHAGIAN A: Jawab semua soalan (12 Markah).

DIRECTION: Write your answer in the box provided.
SECTION A: Answer all questions (12 Marks).

SOALAN 1
QUESTION 1

Kita mempunyai beberapa kiub dengan dua saiz berbeza: panjang sisi bagi kiub kecil adalah $\frac{1}{6}$ daripada panjang sisi bagi kiub besar. Berapakah kiub kecil yang diperlukan supaya jumlah luas permukaan mereka adalah sama dengan luas permukaan satu kiub besar?

We have cubes of two sizes: the side length of a small cube is $\frac{1}{6}$ of the side length of a large cube. How many small cubes is needed so that their total surface area is the same as the surface area of one large cube?

Jawapan: <i>Answer:</i>	
--	--

SOALAN 2
QUESTION 2

Adam mengira nilai 111111111^2 . Kemudian, dia menambahkan semua digit bagi nombor tersebut. Apakah hasil tambah yang akan dia perolehi?

Adam calculates the value of 111111111^2 . Then, he adds up all the digits of the number. What is the sum that he will get?

Jawapan: <i>Answer:</i>	
--	--

SOALAN 3
QUESTION 3

Saya ingin membeli 100 batang pensel daripada suatu kedai. Harga bagi sebatang pensel adalah suatu nilai integer dalam unit Sen (1 Ringgit bersamaan 100 Sen). “Saya tidak dapat memberi apa-apa diskaun,” kata pekedai tersebut, “harga bagi 100 batang pensel adalah lebih daripada 110 Ringgit, tetapi jika awak membeli 90 batang pensel sahaja, harganya adalah kurang daripada 100 Ringgit.” Berapakah jumlah yang perlu saya bayar, dalam Ringgit?

I want to buy 100 pencils from a shop. The price of one pencil is an integer number of Sen (1 Ringgit equals 100 Sen). “I cannot give you any discount,” says the shopkeeper, “the price of 100 pencils is more than 110 Ringgit, but if you buy only 90 pencils, the price is less than 100 Ringgit.” How much do I need to pay, in Ringgit?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 4
QUESTION 4

Diberi suatu piramid sekata dengan tapak segi empat sama. Setiap permukaan piramid tersebut mempunyai luas 60. Apakah isipadu piramid tersebut?

Given a regular pyramid with a square base. Each face of the pyramid has area 60. What is the volume of the pyramid?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 5
QUESTION 5

Tahun 2016 mempunyai dua sifat istimewa: (i) hari pertama (1 Januari) jatuh pada hari Jumaat, (ii) ia merupakan suatu tahun lompat. Apakah tahun berikutnya yang mempunyai dua sifat sedemikian?

The year 2016 has these two special properties: (i) the first day (1 January) falls on Friday, (ii) it is a leap year. What is the following year with these two properties?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 6
QUESTION 6

Seorang jurulatih ingin memilih dua orang ahli kelab badminton untuk mewakili kelab dalam suatu perlawanan beregu. Terdapat 2016 cara yang mungkin untuk memilih dua orang tersebut. Berapakah bilangan ahli kelab tersebut?

A coach wants to select two members from the badminton club to represent the club in a doubles game. There are 2016 possible ways to select the two members. How many club members are there?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

ARAHAN: Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan.

BAHAGIAN B: Jawab semua soalan (18 Markah).

***DIRECTION:** All steps in the solutions must be written clearly in the space provided.*

***SECTION B:** Answer all questions (18 Marks).*

SOALAN 1

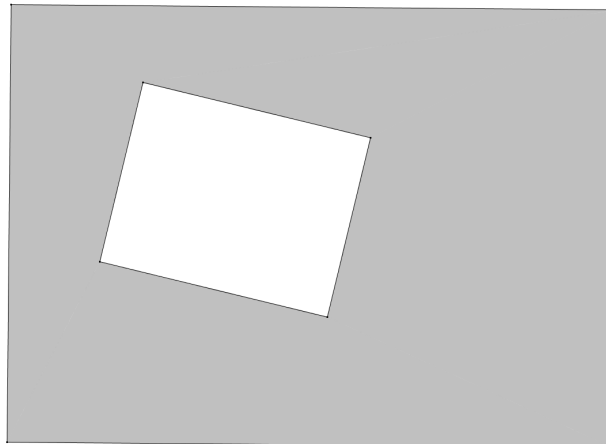
QUESTION 1

Diberi dua segi empat tepat, satu terletak di dalam yang satu lagi (rujuk gambar rajah). Rantau di antara kedua-dua segi empat tersebut dilorekkan. Kita ingin melukis satu garis lurus yang membahagikan rantau berlerek tersebut kepada dua rantau dengan luas yang sama. Huraikan bagaimana garis lurus tersebut dapat dilukis dengan menggunakan pensel dan tepi lurus sahaja.

Nota: Tepi lurus ialah suatu pembaris yang tidak mempunyai tanda ukuran. Ia boleh digunakan untuk melukis garis lurus antara dua titik, tetapi tidak boleh digunakan untuk mengukur panjang.

Given two rectangles, one is inside the other (see diagram). The region between the rectangles is shaded. We want to draw a straight line that divides the shaded region into two regions with equal areas. Explain how we can draw the line using only a pencil and a straightedge.

Note: A straightedge is a ruler without any marking. It can be used to draw a straight line between two points, but not to measure distance.



SOALAN 2
QUESTION 2

Suatu integer positif dianggap **cemerlang** jika hasil tambah digitnya boleh dibahagi dengan 5. Contohnya, 50767 adalah cemerlang kerana hasil tambah digitnya ialah 25, yang boleh dibahagi dengan 5. Beri suatu contoh dua integer berturutan yang kedua-duanya cemerlang.

*A positive integer is called **excellent** if the digit sum is divisible by 5. For example, 50767 is excellent because the digit sum is 25, which is divisible by 5. Give an example of two consecutive integers which are both excellent.*

SOALAN 3
QUESTION 3

Terdapat 1000 biji gula-gula yang akan diedarkan kepada n orang kanak-kanak pada suatu sambutan harijadi. Setiap orang hanya boleh menerima gula-gula dalam bilangan integer (termasuk sifar). Tentukan nilai n yang terkecil supaya pasti berlaku sekurang-kurangnya dua orang akan menerima bilangan gula-gula yang sama.

There are 1000 sweets to be distributed among n children at a birthday party. Each child may only receive an integer number of sweets (including zero). Determine the smallest n for which it is guaranteed that at least two children will receive the same number of sweets.



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2016

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI MUDA

Julai 2016

Masa : 2 Jam 30 Minit

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____
No. Kad Pengenalan : _____
Tingkatan : _____
Nama Sekolah : _____
Alamat Sekolah : _____
Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

-----potong di sini-----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2016

Nama : No. Kad Pengenalan :
Nama Sekolah : Tandatangan :
Alamat Sekolah:

ARAHAN: Tuliskan jawapan anda dalam kotak yang disediakan.
BAHAGIAN A: Jawab semua soalan (12 Markah).

DIRECTION: Write your answer in the box provided.
SECTION A: Answer all questions (12 Marks).

SOALAN 1
QUESTION 1

Suatu segi tiga mempunyai panjang sisi π , $\frac{4}{7}$ dan d , dengan d ialah suatu integer. Apakah nilai d ?

A triangle has sides of lengths π , $\frac{4}{7}$ and d , where d is an integer. What is the value of d ?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 2
QUESTION 2

Diberi bahawa sistem persamaan linear berikut

$$\begin{aligned}a + b + c &= 12 \\ 28a + 30b + 31c &= 365\end{aligned}$$

(dengan $a < b < c$ integer positif) mempunyai hanya satu penyelesaian (a, b, c) . Apakah nilai c ?

Given that the following system of linear equations

$$\begin{aligned}a + b + c &= 12 \\ 28a + 30b + 31c &= 365\end{aligned}$$

(with $a < b < c$ positive integers) has only one solution (a, b, c) . What is the value of c ?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 3
QUESTION 3

Sebuah sekolah mempunyai kelas Tingkatan 3 dan Tingkatan 4 sahaja. Terdapat 200 orang pelajar di sekolah tersebut. $\frac{1}{4}$ daripada pelajar lelaki berada di Tingkatan 3, manakala $\frac{1}{7}$ daripada pelajar Tingkatan 3 adalah lelaki. Terdapat seramai 80 orang pelajar perempuan yang berada di Tingkatan 4. Berapakah bilangan pelajar lelaki yang berada di Tingkatan 3?

A school has only Form 3 and Form 4 classes. There are 200 students in the school. $\frac{1}{4}$ of the male students are in Form 3, and $\frac{1}{7}$ of the Form 3 students are male. There are 80 female Form 4 students. How many male Form 3 students are there?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 4
QUESTION 4

Diberi suatu pentagon dengan perimeter 150. Suatu bulatan dengan jejari 20 terletak di dalam pentagon itu. Bulatan tersebut adalah tangen kepada semua sisi pentagon. Apakah luas pentagon tersebut?

Given a pentagon with perimeter 150. A circle with radius 20 lies inside the pentagon. The circle is tangent to all sides of the pentagon. What is the area of the pentagon?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 5
QUESTION 5

Nombor a_n ditakrifkan sebagai

$$a_n = -n^{1000}(n - 1)^{1000}.$$

Tentukan nilai $a_{10}a_{11} + a_{100}$.

The number a_n is defined as

$$a_n = -n^{1000}(n - 1)^{1000}.$$

Determine the value of $a_{10}a_{11} + a_{100}$.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 6
QUESTION 6

Tentukan integer positif terkecil n sehinggakan $\sqrt{n^7 + 2016n^6}$ adalah suatu integer.

Determine the smallest positive integer n such that $\sqrt{n^7 + 2016n^6}$ is an integer.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

ARAHAN: Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan.

BAHAGIAN B: Jawab semua soalan (18 Markah).

***DIRECTION:** All steps in the solutions must be written clearly in the space provided.*

***SECTION B:** Answer all questions (18 Marks).*

SOALAN 1

QUESTION 1

Diberi suatu segi empat tepat $ABCD$. Titik E dan F masing-masing terletak pada sisi AB dan BC , sehinggakan $\angle DEF = 90^\circ$. Diberi bahawa $AE = 15$, $EB = 48$ dan $FC = 16$. Tentukan perimeter bagi segi tiga DEF .

Given a rectangle $ABCD$. Points E and F lie on sides AB and BC respectively, such that $\angle DEF = 90^\circ$. Given that $AE = 15$, $EB = 48$ and $FC = 16$. Find the perimeter of triangle DEF .

SOALAN 2
QUESTION 2

Suatu integer positif dianggap **menarik** jika hasil tambah digitnya ialah suatu nombor perdana. Contohnya, 3301 adalah menarik kerana hasil tambah digitnya ialah 7, suatu nombor perdana. Beri suatu contoh lima integer berturutan, supaya empat daripada nombor tersebut adalah menarik.

*A positive number is called **interesting** if the digit sum is a prime number. For example, 3301 is interesting, because the digit sum is 7, a prime number. Give an example of five consecutive positive integers, such that four of them are interesting.*

SOALAN 3
QUESTION 3

Suatu integer dipanggil **nombor segi tiga** jika nombor tersebut sama dengan bilangan bola yang dapat membentuk suatu segi tiga sama sisi. Contohnya, 1, 3, 6, 10 dan 15 adalah nombor segi tiga, seperti ditunjukkan pada gambar rajah.

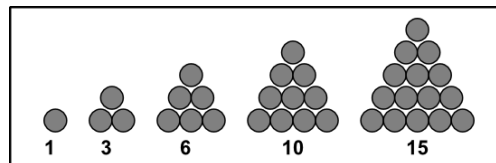
(a) Adakah 2016 suatu nombor segi tiga? Justifikasikan jawapan anda.

(b) Andaikan a ialah suatu nombor kuasa dua sempurna yang ganjil, dan $b = \frac{a-1}{8}$. Buktikan bahawa jika n ialah suatu nombor segi tiga, maka $an + b$ juga ialah suatu nombor segi tiga.

*An integer is called a **triangular number** if it equals the number of balls that can form an equilateral triangle. For example, 1, 3, 6, 10 and 15 are triangular numbers, as shown in the figure.*

(a) Is 2016 a triangular number? Justify your answer.

(b) Let a be an odd perfect square, and $b = \frac{a-1}{8}$. Prove that if n is a triangular number, then $an + b$ is also a triangular number.





OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2016

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI SULONG

Julai 2016

Masa : 2 Jam 30 Minit

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____
No. Kad Pengenalan : _____
Tingkatan : _____
Nama Sekolah : _____
Alamat Sekolah : _____
Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

-----potong di sini-----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2016

Nama : No. Kad Pengenalan :
Nama Sekolah : Tandatangan :
Alamat Sekolah:

ARAHAN: Tuliskan jawapan anda dalam kotak yang disediakan.
BAHAGIAN A: Jawab semua soalan (12 Markah).

DIRECTION: Write your answer in the box provided.
SECTION A: Answer all questions (12 Marks).

SOALAN 1
QUESTION 1

Tentukan luas bagi sisi empat $ABCD$ dengan sudut pedalaman $\angle A = \angle B = \angle C = 45^\circ$, $\angle D = 225^\circ$, dan $BD = 12$.

Find the area of quadrilateral $ABCD$ with interior angles $\angle A = \angle B = \angle C = 45^\circ$, $\angle D = 225^\circ$, and $BD = 12$.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 2
QUESTION 2

Tentukan bilangan integer n yang memenuhi ketaksamaan berikut:

$$|\sqrt{2} - \sqrt{n}| < 1.$$

Determine the number of integers n that fulfill the following inequality:

$$|\sqrt{2} - \sqrt{n}| < 1.$$

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 3
QUESTION 3

Terdapat 20 orang ahli dalam suatu kelab badminton. Jurulatih kelab tersebut ingin memilih dua orang ahli dengan jantina yang sama untuk mewakili kelab tersebut dalam suatu perlawanan beregu. Terdapat 99 pilihan yang mungkin. Jika kelab tersebut mempunyai lebih ramai ahli perempuan berbanding ahli lelaki, berapakah bilangan ahli perempuan?

There are 20 members in a badminton club. The club coach wants to select two members of the same gender to represent the club in a doubles game. There are 99 possible choices. If the club has more female than male members, how many female members are there?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 4
QUESTION 4

Suatu segi tiga bersudut tegak mempunyai dua sisi dengan panjang 39 dan 89. Sisi yang ketiga juga mempunyai panjang integer. Suatu bulatan terletak di dalam segi tiga tersebut dan tangen kepada semua sisinya. Apakah jejari bagi bulatan tersebut?

A right triangle has two sides of lengths 39 and 89. The third side also has integer length. A circle lies inside the triangle, tangent to all three sides. What is the radius of the circle?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 5
QUESTION 5

Suatu integer dikatakan **terkandung kuasa dua** jika ia boleh bahagi dengan suatu nombor kuasa dua sempurna selain 1. Contohnya, 99 adalah terkandung kuasa dua kerana ia boleh bahagi dengan $9 = 3^2$. Cari suatu integer positif $N < 50$ sehinggakan kesemua tiga nombor N , $N + 1$ dan $N + 2$ terkandung kuasa dua.

*An integer is **squareful** if it is divisible by a perfect square other than 1. For example, 99 is squareful because it is divisible by $9 = 3^2$. Find a positive integer $N < 50$ such that all three numbers N , $N + 1$ and $N + 2$ are squareful.*

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 6
QUESTION 6

Nombor 50^k mempunyai tepat 2016 faktor positif. Apakah nilai k ?

The number 50^k has exactly 2016 positive factors. What is the value of k ?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

ARAHAN: Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan.

BAHAGIAN B: Jawab semua soalan (18 Markah).

***DIRECTION:** All steps in the solutions must be written clearly in the space provided.*

***SECTION B:** Answer all questions (18 Marks).*

SOALAN 1

QUESTION 1

Diberi suatu sisi empat $ABCD$ yang bukan merupakan suatu segi empat tepat. Katakan O ialah titik tengah bagi AB . Suatu bulatan dengan pusat O adalah tangen kepada sisi BC , CD dan DA . Buktikan bahawa

$$\frac{AB}{2} = \sqrt{AD \times BC}.$$

Given a quadrilateral $ABCD$ which is not a rectangle. Let O be the midpoint of AB . A circle with center O is tangent to sides BC , CD and DA . Prove that

$$\frac{AB}{2} = \sqrt{AD \times BC}.$$

SOALAN 2
QUESTION 2

Hawa menulis nombor 2^{2016} dalam asas 10 di dalam buku notanya. Adam menulis nombor 5^{2016} dalam asas 10 di dalam buku notanya. Berapakah bilangan digit yang telah ditulis oleh mereka berdua?

Hawa writes down the base 10 expansion of the number 2^{2016} in her notebook. Adam writes down the base 10 expansion of the number 5^{2016} in his notebook. What is the total number of digits that they have written down?

SOALAN 3
QUESTION 3

Katakan $n > 1$ ialah suatu integer. Buktikan bahawa $n^{n-1} - 1$ boleh bahagi dengan $(n-1)^2$.

Let $n > 1$ be an integer. Prove that $n^{n-1} - 1$ is divisible by $(n-1)^2$.