



# OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2017

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

## KATEGORI BONGSU

Julai 2017

Masa : 2 Jam 30 Minit

### ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : \_\_\_\_\_

No. Kad Pengenalan : \_\_\_\_\_

Tingkatan : \_\_\_\_\_

Nama Sekolah : \_\_\_\_\_

Alamat Sekolah : \_\_\_\_\_

Pusat Pertandingan : \_\_\_\_\_

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

-----potong di sini-----

### SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2017

Nama : ..... No. Kad Pengenalan : .....

Nama Sekolah : ..... Tandatangan : .....

Alamat Sekolah: .....

---

**BAHAGIAN A****SECTION A**

**ARAHAN:** Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. Jawab semua soalan. (12 markah)

**DIRECTION:** Write your answer in the box provided. Answer all questions. (12 marks)

---

**SOALAN 1****QUESTION 1**

Titik  $A$ ,  $B$  dan  $C$  terletak pada lilitan suatu bulatan. Segitiga  $ABC$  mempunyai panjang sisi  $AB = 26$ ,  $BC = 10$ , dan  $CA = 24$ . Apakah jejari bulatan tersebut?

*Points  $A$ ,  $B$  and  $C$  lie on the circumference of a circle. Triangle  $ABC$  has side lengths  $AB = 26$ ,  $BC = 10$ , and  $CA = 24$ . What is the radius of the circle?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 2****QUESTION 2**

Hasil tambah bagi salingan setiap nombor 3, 4, 5, 6, dan  $k$  ialah 1. Apakah nilai  $k$ ?

Nota: Salingan bagi  $x$  ialah  $\frac{1}{x}$ .

*The sum of the reciprocals of 3, 4, 5, 6, and  $k$  is 1. What is  $k$ ?*

*Note: The reciprocal of  $x$  is  $\frac{1}{x}$ .*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 3****QUESTION 3**

Liyana dan Mei Ling masing-masing membawa sejumlah wang untuk membeli buku kerja matematik yang sama. Harga buku tersebut adalah suatu nilai integer dalam Ringgit Malaysia (RM). Walau bagaimanapun, wang yang mereka bawa tidak mencukupi: Liyana kekurangan sebanyak RM3, dan Mei Ling kekurangan sebanyak RM2. Mereka memutuskan untuk berkongsi wang mereka dan membeli sebuah buku sahaja. Selepas berkongsi, wang mereka masih tidak mencukupi untuk membeli buku tersebut. Berapakah harga buku itu, dalam RM?

*Liyana and Mei Ling each brought some money to buy a mathematics exercise book. The price of the book is an integer amount of Ringgit Malaysia (RM). However, they did not bring enough money: Liyana was short by RM3, and Mei Ling was short by RM2. They decided to share their money and buy one book only. After sharing, they still did not have enough to buy the book. What is the price of the book, in RM?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 4****QUESTION 4**

Suatu piramid mempunyai ketinggian 8 dan tapak segiempat sama dengan panjang sisi 12. Diberi luas permukaan piramid tersebut adalah sama dengan luas permukaan sebuah kiub. Apakah panjang sisi kiub tersebut?

*A pyramid has height 8 and a square base with side length 12. Given the surface area of the pyramid is equal to the surface area of a cube. What is the side length of the cube?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 5****QUESTION 5**

Ahmad membeli sebuah kereta baru dengan harga RM200,000. Selepas setahun, Ahmad menjualnya kepada Bella dengan harga diskaun. Selepas setahun lagi, Bella menjualnya kepada Cheong dengan kadar diskaun yang sama. Setahun selepas itu, Cheong menjualnya kepada Devi juga dengan kadar diskaun yang sama. Jika Cheong membeli kereta tersebut pada harga RM144,500, apakah harga yang dibayar oleh Devi, dalam RM?

*Ahmad bought a new car at the price of RM200,000. After one year, Ahmad sold it to Bella at a discounted price. After another year, Bella sold it to Cheong at the same discount rate. A year after that, Cheong sold it to Devi also at the same discount rate. If Cheong bought the car for RM144,500, what is the price that Devi paid, in RM?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 6****QUESTION 6**

Suatu nombor perdana  $p$  dinamai **nombor perdana cemerlang** jika  $\frac{p+1}{2}$  dan  $\frac{p+2}{3}$  adalah kedua-duanya nombor perdana. Sebagai contoh, nombor 2017 adalah suatu nombor perdana cemerlang kerana  $\frac{2017+1}{2} = 1009$  dan  $\frac{2017+2}{3} = 673$  adalah nombor perdana. Apakah nombor perdana cemerlang yang terkecil?

*A prime number  $p$  is called an **excellent prime** if  $\frac{p+1}{2}$  and  $\frac{p+2}{3}$  are both prime numbers. For example, 2017 is an excellent prime since  $\frac{2017+1}{2} = 1009$  and  $\frac{2017+2}{3} = 673$  are prime numbers. What is the smallest excellent prime?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**BAHAGIAN B*****SECTION B***

**ARAHAN:** Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. Jawab semua soalan. (18 markah)

***DIRECTION:*** All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. Answer all questions. (18 marks)

---

**SOALAN 1*****QUESTION 1***

Diberi suatu segitiga  $ABC$ . Ketinggian segitiga tersebut, diukur dari bucu-bucu  $A$ ,  $B$ , dan  $C$ , masing-masing ialah  $h_A$ ,  $h_B$ , dan  $h_C$ . Buktikan bahawa

$$\frac{1}{h_A} + \frac{1}{h_B} > \frac{1}{h_C}.$$

*Given a triangle  $ABC$ . The heights of the triangle, measured from vertices  $A$ ,  $B$ , and  $C$ , are  $h_A$ ,  $h_B$ , and  $h_C$ , respectively. Prove that*

$$\frac{1}{h_A} + \frac{1}{h_B} > \frac{1}{h_C}.$$

---

**SOALAN 2****QUESTION 2**

Suatu integer dinamai **nombor autobiografi** jika digit pertamanya adalah sama dengan bilangan digit 0, digit keduanya adalah sama dengan bilangan digit 1, digit ketiganya adalah sama dengan bilangan digit 2, digit keempatnya adalah sama dengan bilangan digit 3, dan seterusnya sehingga digit terakhir. Dua contoh nombor autobiografi ialah 42101000 dan 6210001000.

- (a) Cari dua nombor autobiografi yang mempunyai 4 digit.
- (b) Cari satu nombor autobiografi yang mempunyai 5 digit.

*An integer is called an **autobiographical number** if the first digit is equal to the number of digits 0, the second digit is equal to the number of digits 1, the third digit is equal to the number of digits 2, the fourth digit is equal to the number of digits 3, and so on until the last digit. Two examples of autobiographical numbers are 42101000 and 6210001000.*

- (a) Find two autobiographical numbers with 4 digits.*
- (b) Find one autobiographical number with 5 digits.*

---

**SOALAN 3****QUESTION 3**

Tentukan nilai bagi hasil tambah berikut:

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2017}.$$

*Determine the value of the following sum:*

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2017}.$$



# OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2017

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

## KATEGORI MUDA

Julai 2017

Masa : 2 Jam 30 Minit

### ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : \_\_\_\_\_  
No. Kad Pengenalan : \_\_\_\_\_  
Tingkatan : \_\_\_\_\_  
Nama Sekolah : \_\_\_\_\_  
Alamat Sekolah : \_\_\_\_\_  
Pusat Pertandingan : \_\_\_\_\_

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

-----potong di sini-----

### SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2017

Nama : ..... No. Kad Pengenalan : .....  
Nama Sekolah : ..... Tandatangan : .....  
Alamat Sekolah: .....



---

**BAHAGIAN A****SECTION A**

**ARAHAN:** Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. Jawab semua soalan. (12 markah)

**DIRECTION:** Write your answer in the box provided. Answer all questions. (12 marks)

---

**SOALAN 1****QUESTION 1**

Andaikan  $ABC$  suatu segitiga dengan  $\angle A = 90^\circ$  dan  $\angle B = x^\circ$ . Diberi bahawa  $AC = AD$  dengan  $D$  titik tengah bagi  $BC$ . Cari nilai  $x$ .

*Let  $ABC$  be a triangle with  $\angle A = 90^\circ$  and  $\angle B = x^\circ$ . Given that  $AC = AD$  where  $D$  is the midpoint of  $BC$ . Find the value of  $x$ .*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 2****QUESTION 2**

Di sebuah pulau,  $\frac{2}{3}$  daripada penduduk perempuan,  $\frac{3}{8}$  daripada penduduk lelaki, dan  $P\%$  daripada keseluruhan penduduk adalah kanak-kanak. Bilangan kanak-kanak perempuan dan kanak-kanak lelaki adalah sama. Apakah nilai  $P$ ?

*On an island,  $\frac{2}{3}$  of the female population,  $\frac{3}{8}$  of the male population, and  $P\%$  of the whole population are children. The numbers of female children and male children are equal. What is the value of  $P$ ?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 3****QUESTION 3**

Diberi integer positif  $a$  dan  $b$  dengan  $a < 10$  dan  $a^2 + b^2 = 2017$ . Tentukan nilai  $a + b$ .

*Given positive integers  $a$  and  $b$  such that  $a < 10$  and  $a^2 + b^2 = 2017$ . Determine the value of  $a + b$ .*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 4****QUESTION 4**

Diberi suatu poligon cembung dengan  $n$  sisi. Empat sudut pedalamannya adalah sudut cakah. Tentukan nilai terbesar yang mungkin bagi  $n$ .

Nota: Suatu poligon adalah cembung jika setiap sudut pedalamannya kurang daripada  $180^\circ$ . Sudut cakah ialah sudut yang lebih daripada  $90^\circ$  dan kurang daripada  $180^\circ$ .

*Given a convex polygon with  $n$  sides. Four of its interior angles are obtuse. Determine the largest possible value of  $n$ .*

*Note: A polygon is convex if each interior angle is less than  $180^\circ$ . An obtuse angle is greater than  $90^\circ$  and less than  $180^\circ$ .*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

**SOALAN 5****QUESTION 5**

Cari nilai  $p$  jika tiga nombor perdana  $p$ ,  $q$ , dan  $r$  memenuhi persamaan

$$p + q = 90 \quad \text{dan} \quad p - q - r = 30.$$

*Find the value of  $p$  if three prime numbers  $p$ ,  $q$ , and  $r$  satisfy the equations*

$$p + q = 90 \quad \text{and} \quad p - q - r = 30.$$

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

**SOALAN 6****QUESTION 6**

Pada 31 Julai, Burhan menulis huruf-huruf berikut di papan hitam:

$A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F \quad G \quad H \quad I \quad J.$

Pada hari berikutnya, dia memadamkan setiap huruf dan menggantikannya seperti berikut:

$G \quad I \quad A \quad B \quad J \quad D \quad C \quad H \quad F \quad E.$

Pada hari-hari berikutnya, dia membuat penggantian yang sama ( $A$  ditukar dengan  $G$ ,  $B$  ditukar dengan  $I$ , dan seterusnya) sekali pada setiap hari. Pada  $N$  haribulan Ogos susunan asal huruf-huruf tersebut akan terparap sekali lagi buat pertama kalinya. Apakah nilai  $N$ ?

*On the 31st of July, Burhan wrote these letters on the whiteboard:*

$A \quad B \quad C \quad D \quad E \quad F \quad G \quad H \quad I \quad J.$

*On the next day, he erased each letter and substituted them as follows:*

$G \quad I \quad A \quad B \quad J \quad D \quad C \quad H \quad F \quad E.$

*On subsequent days, he made the same substitutions ( $A$  changed to  $G$ ,  $B$  changed to  $I$ , and so on) once daily. On the  $N$ th of August the original order of the letters appears again for the first time. What is  $N$ ?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**BAHAGIAN B*****SECTION B***

**ARAHAN:** Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. Jawab semua soalan. (18 markah)

***DIRECTION:*** All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. Answer all questions. (18 marks)

---

**SOALAN 1*****QUESTION 1***

Buktikan bahawa bagi sebarang sisiempat selari  $ABCD$ ,

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2.$$

*Prove that for any parallelogram  $ABCD$ ,*

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2.$$

---

**SOALAN 2****QUESTION 2**

Diberi suatu integer ganjil  $N \geq 5$ . Buktikan bahawa  $N^2 + 5$  boleh ditulis sebagai hasil tambah empat nombor kuasa dua sempurna positif yang berbeza.

*Given an odd integer  $N \geq 5$ . Show that  $N^2 + 5$  can be written as the sum of four different positive perfect squares.*

---

**SOALAN 3****QUESTION 3**

Cari nilai bagi

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{2016^2} + \frac{1}{2017^2}}.$$

*Find the value of*

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{2016^2} + \frac{1}{2017^2}}.$$



# OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2017

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

## KATEGORI SULONG

Julai 2017

Masa : 2 Jam 30 Minit

### ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : \_\_\_\_\_  
No. Kad Pengenalan : \_\_\_\_\_  
Tingkatan : \_\_\_\_\_  
Nama Sekolah : \_\_\_\_\_  
Alamat Sekolah : \_\_\_\_\_  
Pusat Pertandingan : \_\_\_\_\_

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH MARKAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	

-----potong di sini-----

### SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2017

Nama : ..... No. Kad Pengenalan : .....  
Nama Sekolah : ..... Tandatangan : .....  
Alamat Sekolah: .....

---

**BAHAGIAN A****SECTION A**

**ARAHAN:** Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. Jawab semua soalan. (12 markah)

**DIRECTION:** Write your answer in the box provided. Answer all questions. (12 marks)

---

**SOALAN 1****QUESTION 1**

Diberi suatu bulatan  $\Gamma$  dan suatu titik  $P$  di luar bulatan  $\Gamma$ . Titik  $A$  dan  $B$  terletak pada  $\Gamma$  sehinggakan garis  $PA$  dan  $PB$  adalah tangen kepada  $\Gamma$ , dan  $\angle APB = 36^\circ$ . Andaikan  $C$  suatu titik pada lengkung major  $AB$ . Apakah  $\angle ACB$ , dalam unit darjah?

*Given a circle  $\Gamma$  and a point  $P$  outside circle  $\Gamma$ . Points  $A$  and  $B$  lie on  $\Gamma$  such that lines  $PA$  and  $PB$  are tangent to  $\Gamma$ , and  $\angle APB = 36^\circ$ . Let  $C$  be a point on the major arc  $AB$ . What is  $\angle ACB$ , in degrees?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 2****QUESTION 2**

Diberi bahawa  $k! = 1! \times 3! \times 5! \times 7!$ . Tentukan nilai  $k$ .

*Given that  $k! = 1! \times 3! \times 5! \times 7!$ . Determine the value of  $k$ .*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--



---

**SOALAN 3****QUESTION 3**

Diberi bahawa  $a_n = n^n$  bagi semua integer positif  $n$ . Antara nilai-nilai  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{1000}$ , berapakah bilangan nombor kuasa tiga sempurna?

*Given that  $a_n = n^n$  for all positive integers  $n$ . Among the values  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{1000}$ , how many are perfect cubes?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**SOALAN 4****QUESTION 4**

Ketinggian segitiga  $ABC$  dari bucu  $A$  ialah  $h_A$ , dan dari bucu  $B$  ialah  $h_B$ . Diberi bahawa  $h_A \geq BC$  dan  $h_B \geq AC$ . Cari  $\angle BAC$ , dalam unit darjah.

*The height of triangle  $ABC$  from vertex  $A$  is  $h_A$ , and from vertex  $B$  is  $h_B$ . Given that  $h_A \geq BC$  and  $h_B \geq AC$ . Find  $\angle BAC$ , in degrees.*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

**SOALAN 5****QUESTION 5**

Suatu nombor perdana  $p$  dinamai **nombor perdana Friedlander-Iwaniec** jika nombor tersebut boleh diungkapkan sebagai  $p = a^4 + b^2$ , dengan  $a$  dan  $b$  integer. Sebagai contoh, 2017 ialah suatu nombor perdana Friedlander-Iwaniec kerana  $2017 = 3^4 + 44^2$ . Berapakah bilangan nombor perdana Friedlander-Iwaniec yang kurang daripada 100?

*A prime number  $p$  is called a **Friedlander-Iwaniec prime** if the number can be expressed as  $p = a^4 + b^2$ , where  $a$  and  $b$  are integers. For example, 2017 is a Friedlander-Iwaniec prime since  $2017 = 3^4 + 44^2$ . How many Friedlander-Iwaniec primes less than 100 are there?*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

**SOALAN 6****QUESTION 6**

Diberi nombor  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , dan  $d$  sehinggakan

$$\frac{(a-b)(c-d)}{(b-c)(d-a)} = -\frac{1}{6}.$$

Cari nilai  $\frac{(a-c)(b-d)}{(a-b)(c-d)}$ .

*Given numbers  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , and  $d$  such that*

$$\frac{(a-b)(c-d)}{(b-c)(d-a)} = -\frac{1}{6}.$$

*Find the value of  $\frac{(a-c)(b-d)}{(a-b)(c-d)}$ .*

<b>Jawapan:</b> <b>Answer:</b>	
-----------------------------------	--

---

**BAHAGIAN B*****SECTION B***

**ARAHAN:** Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. Jawab semua soalan. (18 markah)

***DIRECTION:*** All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. Answer all questions. (18 marks)

---

**SOALAN 1*****QUESTION 1***

Diberi suatu sisiempat cembung  $ABCD$ . Diberi bahawa  $M$  dan  $N$  masing-masing titik tengah bagi  $BC$  dan  $CD$ . Sisi-sisi segitiga  $AMN$  membahagikan sisiempat tersebut kepada empat segitiga. Andaikan bahawa luas bagi segitiga-segitiga tersebut ialah empat integer yang berturutan. Apakah luas terbesar yang mungkin bagi segitiga  $ABD$ ?

Nota: Suatu sisiempat adalah cembung jika setiap sudut pedalamannya kurang daripada  $180^\circ$ .

*Given a convex quadrilateral  $ABCD$ . Given that  $M$  and  $N$  are the midpoints of sides  $BC$  and  $CD$ , respectively. The sides of triangle  $AMN$  cut the quadrilateral into four triangles. Suppose that the areas of these triangles are four consecutive integers. What is the largest possible area of triangle  $ABD$ ?*

*Note: A quadrilateral is convex if each interior angle is less than  $180^\circ$ .*

**SOALAN 2****QUESTION 2**

- (a) Diberi suatu nombor positif  $n$ . Suatu segitiga mempunyai panjang sisi  $2n+1$ ,  $2n^2+2n$ , dan  $2n^2+2n+1$ . Buktikan bahawa segitiga tersebut adalah suatu segitiga bersudut tegak.
- (b) Buktikan bahawa terdapat 2017 integer positif  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2017}$  sehinggakan setiap nombor berikut adalah nombor kuasa dua sempurna:

$$a_1^2, \quad a_1^2 + a_2^2, \quad a_1^2 + a_2^2 + a_3^2, \quad \dots, \quad a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + \dots + a_{2017}^2.$$

- (a) *Given a positive number  $n$ . A triangle has side lengths  $2n+1$ ,  $2n^2+2n$ , and  $2n^2+2n+1$ . Prove that the triangle is a right triangle.*
- (b) *Prove that there exist 2017 positive integers  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2017}$  such that each of the following numbers is a perfect square:*

$$a_1^2, \quad a_1^2 + a_2^2, \quad a_1^2 + a_2^2 + a_3^2, \quad \dots, \quad a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + \dots + a_{2017}^2.$$

**SOALAN 3****QUESTION 3**

Diberi suatu integer positif  $n$ . Pertimbangkan semua subset bagi  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  kecuali set kosong. Untuk setiap subset, pertimbangkan suatu pecahan  $\frac{1}{d}$ , dengan  $d$  adalah hasil darab semua unsur dalam subset tersebut. Katalah  $S_n$  hasil tambah semua pecahan sedemikian bagi semua subset.

Contoh: Bagi  $n = 3$ , subset bukan kosong bagi  $\{1, 2, 3\}$  ialah  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{1, 2\}$ ,  $\{1, 3\}$ ,  $\{2, 3\}$ , dan  $\{1, 2, 3\}$ . Maka,

$$S_3 = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 3.$$

Buktikan bahawa  $S_n = n$  bagi semua integer positif  $n$ .

*Given a positive integer  $n$ . Consider all subsets of  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  except the empty set. For each subset, consider a fraction  $\frac{1}{d}$ , where  $d$  is the product of all elements in the subset. Let  $S_n$  be the sum of such fractions taken over all subsets.*

*Example: For  $n = 3$ , the nonempty subsets of  $\{1, 2, 3\}$  are  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{1, 2\}$ ,  $\{1, 3\}$ ,  $\{2, 3\}$ , and  $\{1, 2, 3\}$ . Therefore,*

$$S_3 = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 3.$$

*Prove that  $S_n = n$  for all positive integers  $n$ .*

