



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2018

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI BONGSU

Julai 2018

Masa : 2 Jam 30 Minit

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____

No. Kad Pengenalan : _____

Tingkatan : _____

Nama Sekolah : _____

Alamat Sekolah : _____

Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	MARKAH

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2018

Nama : No. Kad Pengenalan :

Nama Sekolah : Tandatangan :

Alamat Sekolah :

SILA GANTIKAN MUKASURAT INI DENGAN COVER PAGE

BAHAGIAN A**SECTION A**

ARAHAN: Jawab semua soalan. Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. (12 markah)

DIRECTION: Answer all questions. Write your answer in the box provided. (12 marks)

SOALAN 1**QUESTION 1**

Sisiempat $ABCD$ bukan merupakan suatu layang atau suatu segiempat tepat. Diketahui bahawa panjang sisinya adalah integer, $AB = 6$, $BC = 7$, dan $\angle B = \angle D = 90^\circ$. Tentukan luas $ABCD$.

Quadrilateral $ABCD$ is neither a kite nor a rectangle. It is known that its side lengths are integers, $AB = 6$, $BC = 7$, and $\angle B = \angle D = 90^\circ$. Find the area of $ABCD$.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 2**QUESTION 2**

Hasil darab 10 integer ialah 1024. Apakah hasil tambah terbesar yang mungkin bagi 10 integer tersebut?

The product of 10 integers is 1024. What is the greatest possible sum of these 10 integers?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 3**QUESTION 3**

Danial pergi ke gerai buah-buahan yang menjual buah epal, buah mangga dan buah betik. Sebiji epal berharga RM3, sebiji mangga berharga RM4, manakala sebiji betik berharga RM5. Beliau membeli sekurang-kurang satu daripada setiap jenis buah, dan membayar tepat RM50. Berapakah bilangan maksimum buah-buahan yang mungkin dibeli oleh beliau?

Danial went to a fruit stall that sells apples, mangoes, and papayas. Each apple costs RM3, each mango costs RM4, and each papaya costs RM5. He bought at least one of each fruit, and paid exactly RM50. What is the maximum number of fruits that he could have bought?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 4**QUESTION 4**

Diberi titik-titik A , B , C , D , E , dan F pada suatu garis (bukan dalam susunan tersebut) dengan $AB = 2$, $BC = 6$, $CD = 8$, $DE = 10$, $EF = 20$, dan $FA = 22$. Tentukan jarak di antara dua titik yang paling jauh pada garis tersebut.

Given points A , B , C , D , E , and F on a line (not necessarily in that order) with $AB = 2$, $BC = 6$, $CD = 8$, $DE = 10$, $EF = 20$, and $FA = 22$. Find the distance between the two furthest points on the line.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 5**QUESTION 5**

Tentukan integer positif n yang memenuhi persamaan

$$n^2 - \lceil \sqrt{n} \rceil = 2018.$$

Nota: $\lceil x \rceil$ melambangkan integer terkecil yang lebih besar daripada atau sama dengan x . Contohnya, $\lceil 3 \rceil = 3$ dan $\lceil 2.4 \rceil = 3$.

Find the positive integer n that satisfies the equation

$$n^2 - \lceil \sqrt{n} \rceil = 2018.$$

Note: $\lceil x \rceil$ denotes the smallest integer which is greater than or equal to x . For example, $\lceil 3 \rceil = 3$ and $\lceil 2.4 \rceil = 3$.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 6**QUESTION 6**

Nombor semiperdana ialah integer positif yang merupakan hasil darab bagi dua nombor perdana. Contohnya, 9 dan 10 adalah nombor semiperdana. Berapakah bilangan nombor semiperdana yang kurang daripada 100?

A semiprime is a positive integer that is a product of two prime numbers. For example, 9 and 10 are semiprimes. How many semiprimes less than 100 are there?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

BAHAGIAN B***SECTION B***

ARAHAN: Jawab semua soalan. Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. (18 markah)

DIRECTION: Answer all questions. All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. (18 marks)

SOALAN 1***QUESTION 1***

Diberi dua segitiga dengan perimeter yang sama. Kedua-dua segitiga mempunyai panjang sisi integer. Segitiga yang pertama ialah suatu segitiga sama sisi. Segitiga yang kedua mempunyai suatu sisi dengan panjang 1 dan suatu sisi dengan panjang d . Buktikan bahawa apabila d dibahagi dengan 3, bakinya adalah 1.

Given two triangles with the same perimeter. Both triangles have integer side lengths. The first triangle is an equilateral triangle. The second triangle has a side with length 1 and a side with length d . Prove that when d is divided by 3, the remainder is 1.

SOALAN 2**QUESTION 2**

Buktikan bahawa nombor

$$9(a_1 + a_2)(a_2 + a_3)(a_3 + a_4) \cdots (a_{98} + a_{99})(a_{99} + a_1) - 1$$

boleh bahagi dengan 10, bagi sebarang pilihan integer positif $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{99}$.

Prove that the number

$$9(a_1 + a_2)(a_2 + a_3)(a_3 + a_4) \cdots (a_{98} + a_{99})(a_{99} + a_1) - 1$$

is divisible by 10, for any choice of positive integers $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{99}$.

SOALAN 3

QUESTION 3

Diberi 2018 angka satu yang disusun pada suatu baris:

$$\underbrace{1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1 \ 1 \ 1}_{2018 \text{ satu}},$$

dengan simbol tambah (+) boleh dimasukkan di antara angka-angka satu tersebut. Apakah bilangan maksimum simbol tambah (+) yang perlu dimasukkan supaya hasil tambah yang terhasil adalah 8102?

Given 2018 ones in a row:

$$\underbrace{1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1 \ 1 \ 1}_{2018 \text{ ones}},$$

in which plus symbols (+) are allowed to be inserted in between the ones. What is the maximum number of plus symbols (+) that need to be inserted so that the resulting sum is 8102?



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2018

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI MUDA

Julai 2018

Masa : 2 Jam 30 Minit

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____

No. Kad Pengenalan : _____

Tingkatan : _____

Nama Sekolah : _____

Alamat Sekolah : _____

Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	MARKAH

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2018

Nama : No. Kad Pengenalan :

Nama Sekolah : Tandatangan :

Alamat Sekolah :

SILA GANTIKAN MUKASURAT INI DENGAN COVER PAGE

BAHAGIAN A**SECTION A**

ARAHAN: Jawab semua soalan. Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. (12 markah)

DIRECTION: Answer all questions. Write your answer in the box provided. (12 marks)

SOALAN 1**QUESTION 1**

Hassan mempunyai sekeping kertas berbentuk heksagon. Semua sudut pedalamannya adalah 120° , dan panjang sisi-sisinya adalah 1, 2, 3, 4, 5, 6, walaupun bukan dalam aturan sedemikian. Pada asalnya, kertas tersebut adalah berbentuk segitiga sama sisi, kemudian Hassan telah memotong tiga bentuk segitiga sama sisi, iaitu satu bentuk pada setiap bucu kertas tersebut. Apakah panjang minimum bagi sisi segitiga asal yang mungkin?

Hassan has a piece of paper in the shape of a hexagon. The interior angles are all 120° , and the side lengths are 1, 2, 3, 4, 5, 6, although not in that order. Initially, the paper is in the shape of an equilateral triangle, then Hassan has cut off three smaller equilateral triangle shapes, one at each corner of the paper. What is the minimum possible side length of the original triangle?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 2**QUESTION 2**

Suatu integer mempunyai 2018 digit dan boleh bahagi dengan 7. Digit pertamanya ialah d , manakala semua digit yang lain ialah 2. Apakah nilai d ?

An integer has 2018 digits and is divisible by 7. The first digit is d , while all the other digits are 2. What is the value of d ?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 3**QUESTION 3**

Pada setiap sisi suatu segitiga, 5 titik dipilih (selain bucu segitiga tersebut) dan 15 titik ini diwarnakan merah. Berapakah bilangan cara untuk memilih 4 titik merah yang membentuk bucu-bucu suatu sisiempat?

On each side of a triangle, 5 points are chosen (other than the vertices of the triangle) and these 15 points are colored red. How many ways are there to choose four red points such that they form the vertices of a quadrilateral?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 4**QUESTION 4**

Diberi suatu oktagon sekata $ABCDEFGH$ dengan panjang sisi 3. Dengan melukis empat pepenjuru AF , BE , CH , dan DG , oktagon tersebut terbahagi kepada satu segiempat sama, empat segitiga dan empat segiempat tepat. Tentukan hasil tambah luas bagi segiempat sama dan empat segitiga tersebut.

Given a regular octagon $ABCDEFGH$ with side length 3. By drawing the four diagonals AF , BE , CH , and DG , the octagon is divided into a square, four triangles, and four rectangles. Find the sum of the areas of the square and the four triangles.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 5**QUESTION 5**

Daud ingin mengecat beberapa permukaan suatu kiub dengan cat hijau. Sekurang-kurangnya satu permukaan mesti dicat. Berapakah bilangan cara untuk beliau mengecat kiub tersebut?

Nota: Dua pewarnaan dianggap sama jika satu pewarnaan boleh diperolehi daripada pewarnaan yang satu lagi melalui putaran.

Daud want to paint some faces of a cube with green paint. At least one face must be painted. How many ways are there for him to paint the cube?

Note: Two colorings are considered the same if one can be obtained from the other by rotation.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 6**QUESTION 6**

Berapakah bilangan integer n supaya $n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n + 1$ ialah suatu nombor perdana?

How many integers n are there such that $n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n + 1$ is a prime number?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

BAHAGIAN B***SECTION B***

ARAHAN: Jawab semua soalan. Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. (18 markah)

DIRECTION: Answer all questions. All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. (18 marks)

SOALAN 1***QUESTION 1***

Andaikan n suatu integer. Dayang diberi n batang kayu dengan panjang $1, 2, 3, \dots, n$. Beliau boleh mencantumkan kayu-kayu tersebut pada hujungnya untuk membentuk kayu yang lebih panjang, tetapi tidak boleh memotongnya. Beliau ingin menggunakan semua kayu tersebut untuk membentuk suatu segiempat sama. Contohnya, bagi $n = 8$, beliau boleh membentuk segiempat sama bersisi 9 dengan mencantumkan kayu-kayu berikut: $1 + 8$, $2 + 7$, $3 + 6$, dan $4 + 5$. Berapakah bilangan nilai n , dengan $1 \leq n \leq 2018$, yang membolehkan beliau melakukan sedemikian?

Let n be an integer. Dayang are given n sticks of lengths $1, 2, 3, \dots, n$. She may connect the sticks at their ends to form longer sticks, but cannot cut them. She wants to use all these sticks to form a square. For example, for $n = 8$, she can make a square of side length 9 using these connected sticks: $1 + 8$, $2 + 7$, $3 + 6$, and $4 + 5$. How many values of n , with $1 \leq n \leq 2018$, that allow her to do this?

SOALAN 2**QUESTION 2**

Andaikan a dan b integer positif dengan

- (i) kedua-dua a dan b mempunyai sekurang-kurangnya dua digit;
- (ii) $a + b$ boleh bahagi dengan 10;
- (iii) a boleh ditukar kepada b dengan mengubah digit akhirnya.

Buktikan bahawa digit ratus bagi hasil darab ab adalah genap.

Let a and b be positive integers such that

- (i) both a and b have at least two digits;*
- (ii) $a + b$ is divisible by 10;*
- (iii) a can be changed into b by changing its last digit.*

Prove that the hundreds digit of the product ab is even.

SOALAN 3**QUESTION 3**

Andaikan n suatu integer yang lebih besar daripada 1, dengan $3n + 1$ suatu nombor kuasa dua sempurna. Buktikan bahawa $n + 1$ boleh diungkapkan sebagai suatu hasil tambah tiga nombor kuasa dua sempurna.

Let n be an integer greater than 1, such that $3n + 1$ is a perfect square. Prove that $n + 1$ can be expressed as a sum of three perfect squares.



OLIMPIAD MATEMATIK KEBANGSAAN (OMK) 2018

PERSATUAN SAINS MATEMATIK MALAYSIA (PERSAMA)

KATEGORI SULUNG

Julai 2018

Masa : 2 Jam 30 Minit

ARAHAN KEPADA CALON

1. Lengkapkan maklumat diri dengan menulis nama, sekolah dan nombor kad pengenalan anda serta nama pusat pertandingan di muka hadapan kertas ini.
2. Isi dan tandatangan slip kedatangan pertandingan kemudian letakkan di penjuru kanan meja anda bersama kad pengenalan untuk disemak.
3. Kertas ini mengandungi **DUA (2)** bahagian.
4. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN A**.
5. Jawab **SEMUA** soalan dalam **BAHAGIAN B**.
6. Pastikan semua jawapan soalan-soalan dijawab di dalam kotak jawapan (**BAHAGIAN A**) dan di ruang kosong (**BAHAGIAN B**) yang disediakan.
7. Buku sifir dan mesin hitung **TIDAK BOLEH** digunakan.

Nama : _____

No. Kad Pengenalan : _____

Tingkatan : _____

Nama Sekolah : _____

Alamat Sekolah : _____

Pusat Pertandingan : _____

BAHAGIAN A						BAHAGIAN B			JUMLAH
1	2	3	4	5	6	1	2	3	MARKAH

----- potong di sini -----

SLIP KEDATANGAN PERTANDINGAN OMK 2018

Nama : No. Kad Pengenalan :

Nama Sekolah : Tandatangan :

Alamat Sekolah :

SILA GANTIKAN MUKASURAT INI DENGAN COVER PAGE

BAHAGIAN A**SECTION A**

ARAHAN: Jawab semua soalan. Tuliskan jawapan anda di dalam kotak yang disediakan. (12 markah)

DIRECTION: Answer all questions. Write your answer in the box provided. (12 marks)

SOALAN 1**QUESTION 1**

Suatu kuboid mempunyai isipadu integer. Tiga daripada permukaannya mempunyai luas berbeza, iaitu 7, 27, and L . Apakah nilai integer terkecil yang mungkin bagi L ?

A cuboid has an integer volume. Three of the faces have different areas, namely 7, 27, and L . What is the smallest possible integer value for L ?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 2**QUESTION 2**

Andaikan a dan b nombor perdana dengan $a + b = 10000$. Tentukan hasil tambah bagi nilai terkecil yang mungkin bagi a dan nilai terbesar yang mungkin bagi a .

Let a and b be prime numbers such that $a + b = 10000$. Find the sum of the smallest possible value of a and the largest possible value of a .

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 3**QUESTION 3**

Diberi suatu poligon sekata dengan n sisi. Diketahui bahawa terdapat 1200 cara untuk memilih tiga bucu bagi poligon tersebut supaya membentuk bucu-bucu bagi suatu segitiga bersudut tegak. Apakah nilai n ?

Given a regular polygon with n sides. It is known that there are 1200 ways to choose three of the vertices of the polygon such that they form the vertices of a right triangle. What is the value of n ?

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 4**QUESTION 4**

Diberi suatu bulatan dengan diameter AB . Titik C dan D dipilih pada lilitan bulatan tersebut supaya perentas CD bersilang dengan AB di dalam bulatan tersebut, iaitu pada titik P . Nisbah bagi panjang lengkuk \widehat{AC} kepada panjang lengkuk \widehat{BD} ialah 4 : 1, manakala nisbah bagi panjang lengkuk \widehat{AD} kepada panjang lengkuk \widehat{BC} ialah 3 : 2. Tentukan $\angle APC$, dalam unit darjah.

Given a circle with diameter AB . Points C and D are selected on the circumference of the circle such that the chord CD intersects AB inside the circle, at point P . The ratio of the arc length \widehat{AC} to the arc length \widehat{BD} is 4 : 1, while the ratio of the arc length \widehat{AD} to the arc length \widehat{BC} is 3 : 2. Find $\angle APC$, in degrees.

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 5**QUESTION 5**

Tentukan nilai

$$(101 \times 99) - (102 \times 98) + (103 \times 97) - (104 \times 96) + \cdots + (149 \times 51) - (150 \times 50).$$

Determine the value of

$$(101 \times 99) - (102 \times 98) + (103 \times 97) - (104 \times 96) + \cdots + (149 \times 51) - (150 \times 50).$$

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

SOALAN 6**QUESTION 6**

Tentukan nombor perdana p yang terkecil supaya $2018!$ boleh bahagi dengan p^3 , tetapi tidak boleh bahagi dengan p^4 .

Determine the smallest prime p such that $2018!$ is divisible by p^3 , but not divisible by p^4 .

Jawapan: Answer:	
-----------------------------------	--

BAHAGIAN B***SECTION B***

ARAHAN: Jawab semua soalan. Semua jalan kerja penyelesaian mestilah ditunjukkan dengan jelas di ruang yang disediakan. (18 markah)

DIRECTION: Answer all questions. All steps in the solutions must be written clearly in the space provided. (18 marks)

SOALAN 1***QUESTION 1***

Andaikan ABC suatu segitiga bersudut tirus. Andaikan D titik pantulan bagi titik B terhadap garis AC . Andaikan E titik pantulan bagi titik C terhadap garis AB . Andaikan Γ_1 bulatan yang melalui A , B , dan D . Andaikan Γ_2 bulatan yang melalui A , C , dan E . Andaikan P titik persilangan bagi Γ_1 dan Γ_2 , selain A . Andaikan Γ bulatan yang melalui A , B , dan C . Buktikan bahawa pusat bagi Γ terletak pada garis AP .

Let ABC be an acute triangle. Let D be the reflection of point B with respect to the line AC . Let E be the reflection of point C with respect to the line AB . Let Γ_1 be the circle that passes through A , B , and D . Let Γ_2 be the circle that passes through A , C , and E . Let P be the intersection of Γ_1 and Γ_2 , other than A . Let Γ be the circle that passes through A , B , and C . Show that the center of Γ lies on line AP .

SOALAN 2**QUESTION 2**

Andaikan $\{a_1, a_2, a_3, \dots\}$ set yang terdiri daripada semua integer yang boleh diungkapkan sebagai hasil tambah empat nombor kuasa empat positif yang berbeza. Andaikan bahawa $a_1 < a_2 < a_3 < \dots$. Jika $a_i = 2018$, tentukan nilai i .

Nota: Nombor kuasa empat positif ialah nombor yang berbentuk k^4 , dengan k integer positif.

Let $\{a_1, a_2, a_3, \dots\}$ be the set that consists of all integers that can be expressed as a sum of four distinct positive fourth powers. Assume that $a_1 < a_2 < a_3 < \dots$. If $a_i = 2018$, find the value of i .

Note: A positive fourth power is a number in the form k^4 , where k is a positive integer.

SOALAN 3**QUESTION 3**

Bagi setiap integer positif k , lambangkan g_k faktor ganjil terbesar bagi k . Contohnya, $g_8 = 1$, $g_9 = 9$ dan $g_{10} = 5$.

- (a) Buktikan bahawa $g_{n+1} + g_{n+2} + \cdots + g_{2n} = n^2$ bagi setiap integer positif n .
(b) Tentukan nilai $g_1 + g_2 + g_3 + \cdots + g_{512}$.

For any positive integer k , denote by g_k the largest odd factor of k . For example, $g_8 = 1$, $g_9 = 9$ and $g_{10} = 5$.

- (a) Prove that $g_{n+1} + g_{n+2} + \cdots + g_{2n} = n^2$ for all positive integers n .
(b) Find the value of $g_1 + g_2 + g_3 + \cdots + g_{512}$.*